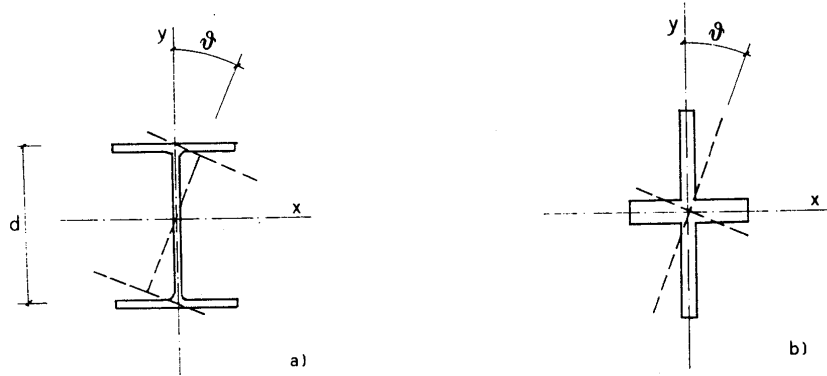


# Instabilità torsionale e flessio-torsionale (svergolamento)

(revisione 8-12-2003)

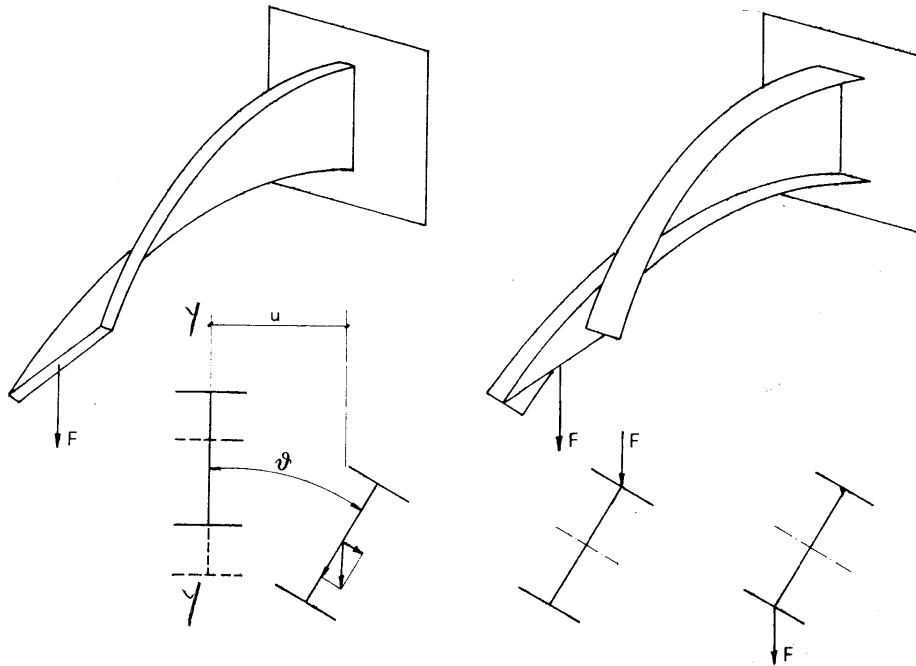
## Instabilità torsionale (Ballio 9.2.4)



Nelle sezioni doppiamente simmetriche (centro di taglio coincidente col baricentro) l'avvitamento è disaccoppiato dall'instabilità flessionale e si ha:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{eq}^2} \quad \text{con:} \quad \lambda_{eq} = \frac{L}{i_{eq}} \quad i_{eq}^2 = \frac{L^2}{\pi^2} \frac{GI_T}{EI_0}$$

## Svergolamento (Ballio 9.3)

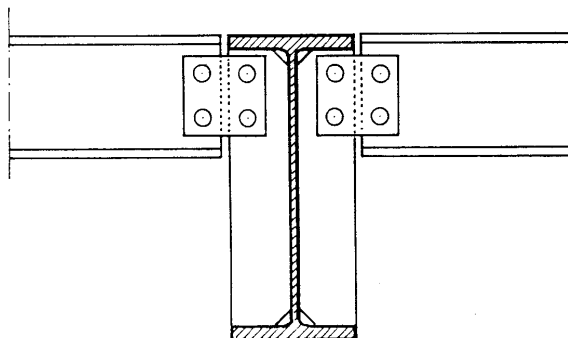


Il fenomeno viene anche chiamato:

- Stabilità della flessione piana
- Stabilità laterale
- Stabilità flessio-torsionale

Dipende da:

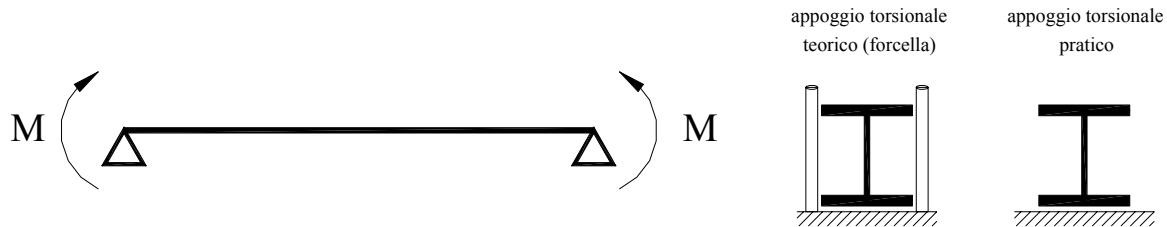
- rigidezza flessionale intorno all'asse debole
- rigidezza torsionale ( $I_T$ ,  $I_\omega$ )
- lunghezza libera (distanza tra sezioni impedita di traslare orizzontalmente e quindi di ruotare)
- vincoli esterni
- quota del punto di applicazione del carico



Nella figura le travi secondarie impediscono lo sbandamento dell'ala superiore della trave principale.

Nel caso di trave soggetta a momento costante, con vincoli di appoggio torsionale, il momento critico è dato dalla relazione:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_T} \sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_\omega}{L^2 GI_T}} \quad (1)$$



Nel caso di momento variabile lungo l'asta, il valore del momento massimo che determina l'instabilità è maggiore.

Il punto di applicazione del carico influenza il valore del momento critico: un carico applicato all'estradosso è più instabilizzante.

### Normativa italiana

La CNR 10011/85 indica due metodi approssimati che permettono di evitare il calcolo del momento critico e considerano critica una distribuzione di momento flettente definita da un momento equivalente  $M_{eq}$

$M_{eq} = 1.3 M_m$  con la limitazione  $0.75 M_{max} < M_{eq} < M_{max}$  per travi appoggiate o continue

$M_{eq} = M_m$  con la limitazione  $0.5 M_{max} < M_{eq} < M_{max}$  per travi a mensola

essendo  $M_m$  il momento medio lungo la trave:

$$M_m = \frac{\int M dx}{L}$$

### Metodo $\omega_1$

$$\sigma = \frac{\omega_1 M_{eq}}{W} \leq \sigma_{adm}$$

Il coefficiente  $\omega_1$  è funzione del rapporto  $\frac{hL}{bt_f}$

$$\omega_1 = \frac{f_y}{0.585E} \frac{hL}{bt_f}$$

Il metodo è applicabile per travi a doppio T laminate o saldate (con rapporti dimensionali definiti) e deriva dalle considerazioni che seguono.

Se nella (1) si trascura la rigidità torsionale secondaria  $EI_\omega/L^2$  rispetto alla primaria  $GI_T$ , la tensione critica si scrive:

$$\sigma_{cr,D} = \frac{1}{W} \frac{\pi}{L} \sqrt{EI_z GI_T} = \frac{\pi}{L} \sqrt{EG} \frac{\sqrt{I_z I_T}}{W}$$

Per le travi a doppio T del sagomario si ha:

$$\frac{\sqrt{I_z I_T}}{W} \cong 0.3 \frac{bt_f}{h}$$

$$\sigma_{cr,D} = \pi \sqrt{EG} 0.3 \frac{bt_f}{hL} = \pi \sqrt{206000 \cdot 80000} 0.3 \frac{bt_f}{hL} = 121000 \frac{bt_f}{hL} \quad N/mm^2$$

Nello spirito delle tensioni ammissibili si può scrivere:

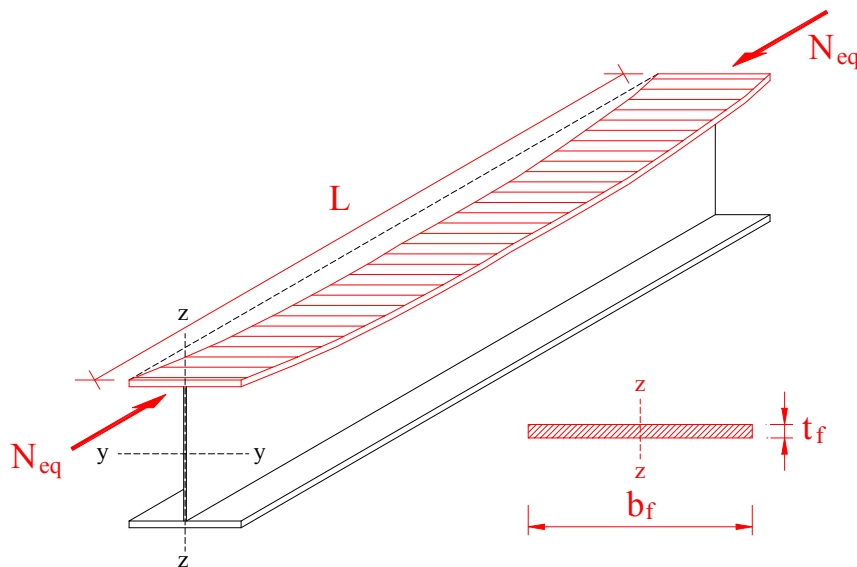
$$\sigma \leq \frac{\sigma_{cr,D}}{\nu} = \frac{\sigma_{adm}}{\omega_1} \rightarrow \omega_1 = \frac{\sigma_{adm} \nu}{\sigma_{cr,D}} = \frac{f_y}{\sigma_{cr,D}}$$

$$\omega_1 = \frac{f_y}{121000} \frac{hL}{bt_f} = \frac{f_y}{0.585E} \frac{hL}{bt_f}$$

### Metodo dell'ala isolata

E' un metodo a favore di stabilità, applicabile a qualsiasi trave, anche nel caso di corrente compresso controventato con una trave orizzontale reticolare (ad esempio per le vie di corsa).

Se si trascura la rigidezza torsionale primaria  $GI_T$ , la stabilità è affidata alla rigidezza flessionale, intorno all'asse z-z, dell'ala compressa considerata isolata dall'anima (v. figura).



Si verifica quindi l'ala a carico di punta soggetta alla forza assiale  $N_{eq}$ :

$$N_{eq} = \int_{ala} \sigma dA = \frac{M_{eq}}{I_y} S_y \cong \frac{M_{eq}}{d}$$

Si verifica l'asta col metodo  $\omega$  o  $\chi$ , con la curva di stabilità c o d, usando come lunghezza di libera inflessione la luce L e come momento d'inerzia quello dell'ala intorno all'asse z:

$$I_{1z} = \frac{t_f b_f^3}{12} \rightarrow i = \frac{b_f}{\sqrt{12}} \rightarrow \lambda = \frac{L}{i}$$

### Eurocodice 3 #5.5.2 – Instabilità flessio-torsionale delle travi

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \beta_w W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1} \rightarrow M_{b,Rd} = \chi_{LT} M_{c,Rd}$$

Il coefficiente  $\chi_{LT}$  di riduzione per l'instabilità flessio-torsionale è uguale al coefficiente  $\chi$  per carico di punta (#5.5.1.2) e si ricava in funzione della snellezza adimensionale  $\bar{\lambda}_{LT}$ , analoga alla snellezza  $\bar{\lambda}$  per carico di punta:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} \left( \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} \text{ per carico di punta} \right)$$

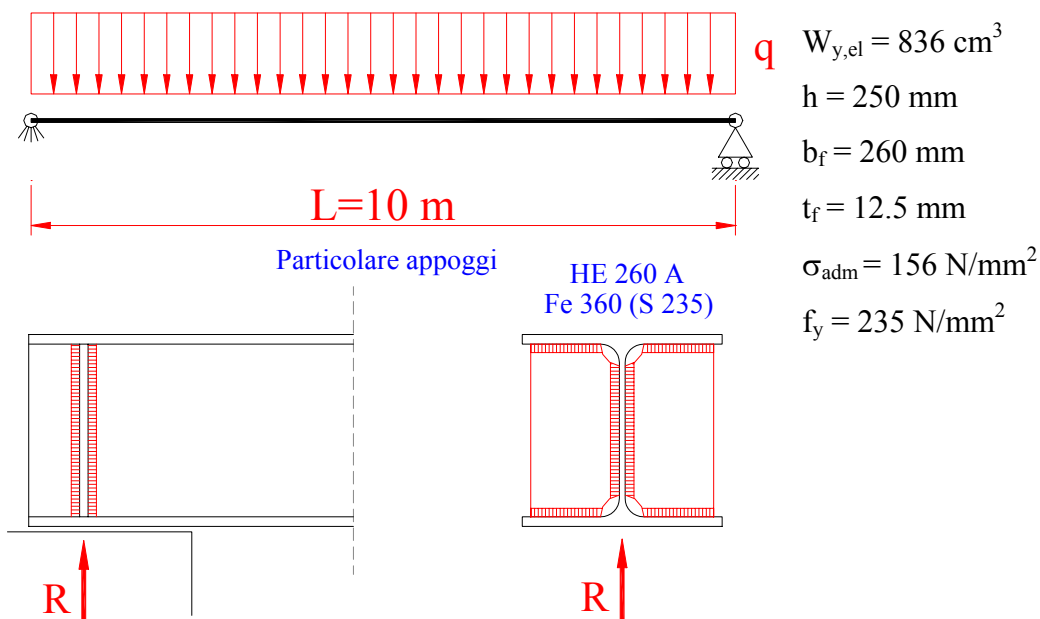
$M_{cr}$  è il momento critico di svergolamento calcolato in campo elastico. Nell'appendice F sono riportate le formule per vari casi di carico; per momento costante vale la (1).

Si devono adottare i valori di  $\chi$  della curva a per sezioni laminare e della curva c per sezioni saldate.

Se  $\bar{\lambda}_{LT} < 0.4$  non è necessaria la verifica a svergolamento.

### ESEMPIO

Calcolare il carico massimo ammissibile per la trave di figura



Normativa italiana metodo  $\omega_1$

$$M_m = \frac{1}{L} \frac{2}{3} \frac{qL^2}{8} L = \frac{qL^2}{12} \rightarrow M_{eq} = 1.3M_m = \frac{qL^2}{9.23}$$

$$0.75M_{\max} = \frac{qL^2}{10.7} < M_{eq} < M_{\max} \quad O.K.$$

Poiché il carico è applicato all'estradosso, il coefficiente  $\omega_1$  va moltiplicato per 1.4

$$1.4\omega_1 M_{eq} \leq \sigma_{adm} W = 156 \cdot 836 = 130.4 \text{ kNm}$$

$$\frac{hL}{b_f t_f} = 769 \rightarrow \omega_1 = \frac{235}{0.585 \cdot 206000} 769 = 1.50$$

$$M_{eq} \leq \frac{130.4}{1.4 \cdot 1.5} = 62.1 \text{ kNm} \rightarrow q_{adm} = \frac{9.23 \cdot 62.1}{10^2} = 5.73 \text{ kN/m}$$

Se la trave fosse controventata il carico ammissibile sarebbe quasi doppio:

$$q_{adm} = \frac{8\sigma_{adm} W}{L^2} = \frac{8 \cdot 156 \cdot 836}{100} = 10.4 \text{ kN/m}$$

### Normativa italiana metodo dell'ala isolata

$$\text{snellezza ala} \quad \lambda = \frac{L}{i_z} = \frac{10000}{260/\sqrt{12}} = 133 \rightarrow \omega(\text{curva } c) = 2.89$$

$$\frac{\omega N_{eq}}{A_f} \leq \sigma_{adm} \rightarrow N_{eq} \leq \frac{156 \cdot (260 \cdot 12.5)}{2.89} 10^{-3} = 175 \text{ kN}$$

$$M_{eq} \leq N_{eq} d = 175 \cdot (250 - 12.5) 10^{-3} = 41.6 \text{ kNm}$$

$$q_{adm} = \frac{8 \cdot 41.6}{100} = 3.33 \text{ kN/m}$$

Il metodo dell'ala isolata dà risultati più cautelativi.

### Eurocodice 3

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \sqrt{\left( \frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_T}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g)^2} - C_2 z_g \right\}$$

con:  $k=1$   $k_w=1$   $C_1=1.132$   $C_2=0.459$   $z_g=125 \text{ mm}$  (ordinata di  $q$  rispetto al baricentro)

$$I_z = 3668 \text{ cm}^4 \quad \text{mom. inerzia}$$

$$I_w = 516400 \text{ cm}^6 \quad \text{mom. inerzia settoriale o costante di ingobbamento}$$

$$I_T = 52.37 \text{ cm}^4 \quad \text{mom. inerzia torsionale}$$

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2 \quad G = 80769 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{cr} = 1.132 \cdot 760236 \left\{ \sqrt{14095 + 55639 + 3292} - 57.38 \right\} 10^{-6} = 183.2 \text{ kNm}$$

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{196.5 \cdot 1.1}{183.2}} = 1.086 \rightarrow \chi(\text{curva } a) = 0.605$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} M_{b,Rd} = 0.605 \cdot 196.5 = 119 \text{ kNm}$$

$$q_{Sd} = \frac{8 \cdot 119}{100} = 9.52 \text{ kN/m} \rightarrow q_{adm} = \frac{q_{Sd}}{1.5} = 6.35 \text{ kN/m}$$

Il carico ammissibile è leggermente superiore a quello ottenuto col metodo  $\omega_1$  ( $q_{adm}=5.73 \text{ kN/m}$ ).

La verifica può essere eseguita immediatamente con il programma Profili.

**Resistenza della membratura all'instabilità flessio-torsionale - EC3 #5.5.2.**

HE 260 A      Acciaio S235 (Fe360)      fy (N/mm2) 235

Coefficienti  
 Momenti all'estremità  
 Carichi trasversali

k 1    k<sub>w</sub> 1.0    C<sub>1</sub> 1.132    C<sub>2</sub> 0.459    z<sub>g</sub> [mm] 125    L [m] 10 = ℓ<sub>0z</sub> [m]

Momento resistente di progetto all'instabilità flessio-torsionale (solo My) - EC3 #5.5.2.

M<sub>cr</sub> [kNm] = 183,2      M<sub>c,Rd</sub> [kNm] = 196,5

$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{M_{c,Rd} \gamma_{M0}}{M_{cr}}} = 1,086$        $\chi_{LT} = 0,605$       M<sub>b,Rd</sub> [kNm] = 119,

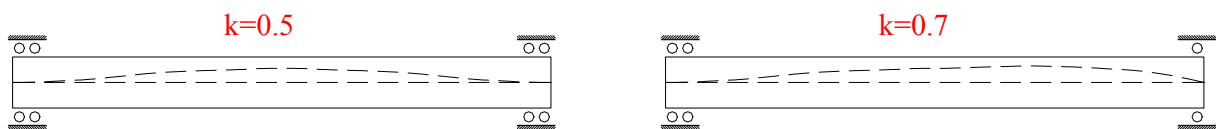
Resistenza all'instabilità flessio torsionale (flessione e compressione)- Classe 1/2 - EC3 #5.5.4. (2)

N<sub>Sd</sub> [kN] 0,0    M<sub>y,Sd</sub> [kNm] 0,0    M<sub>z,Sd</sub> [kNm] 0,0

$\frac{N_{Sd}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{LT} M_{y,Sd}}{M_{b,Rd}} + \frac{k_z M_{z,Sd}}{M_{cz,Rd1}} = \frac{0}{1855} + \frac{1 \times 0}{119} + \frac{1 \times 0}{91,91}$

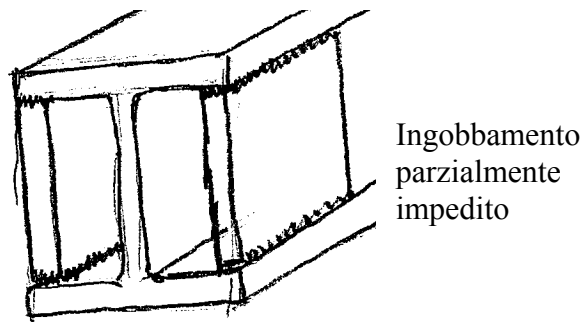
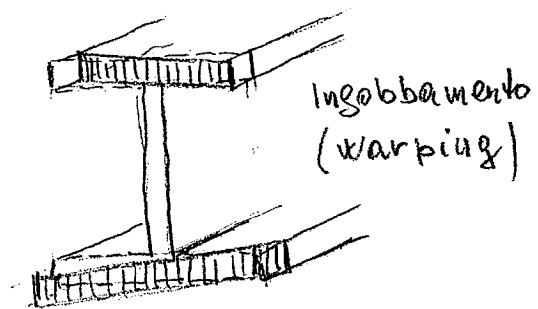
= 0 + 0 + 0 = 0     

Il coefficiente k determina la lunghezza di libera inflessione kL dell'ala compressa nel suo piano:



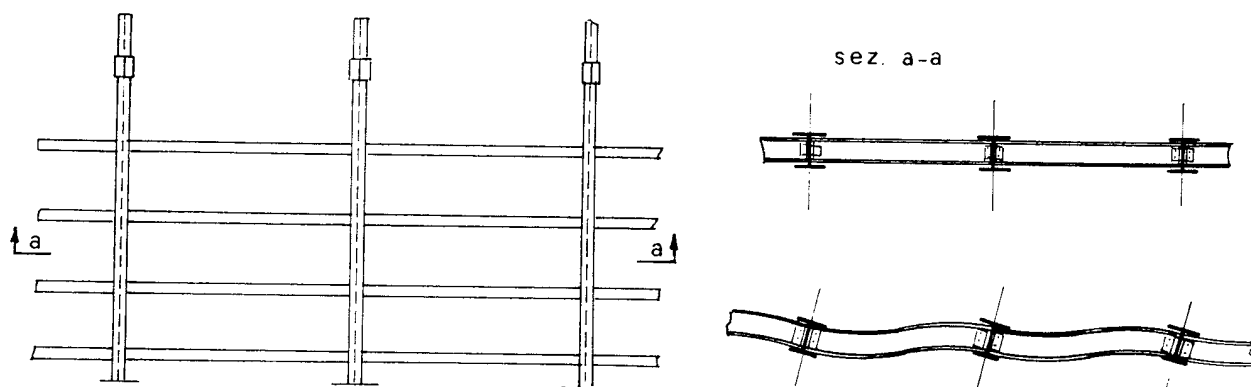
vista in pianta

Il coefficiente  $k_w$  tiene conto del vincolo all'ingobbamento delle sezioni di estremità e anch'esso assume i valori 0.5 (2 vincoli) 0.7 (1 vincolo). Realizzare un vincolo all'ingobbamento pienamente efficiente è difficile e quindi si assume solitamente  $k_w=1$ .

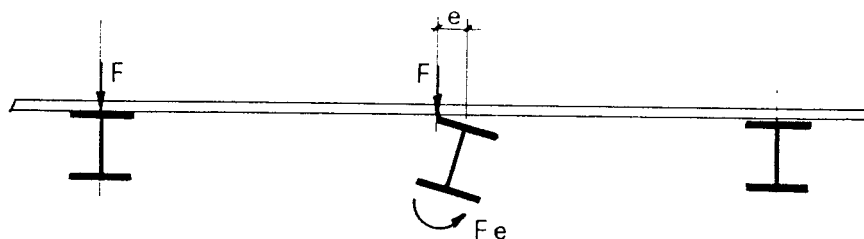


### 9.5.3.2 Aste inflesse (Ballio)

Spesso le condizioni reali di vincolo sono più favorevoli di quelle ideali.

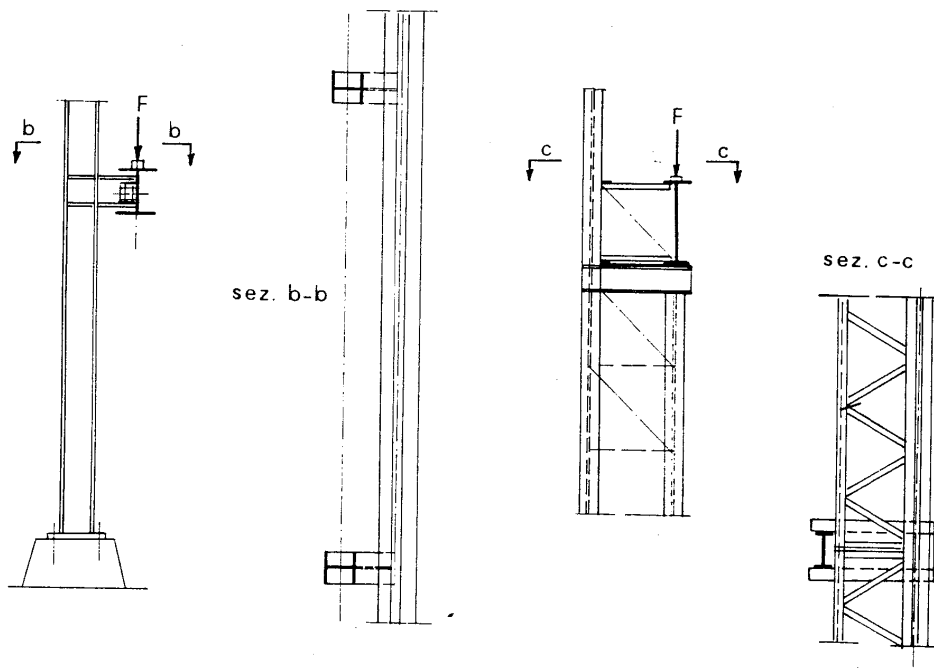


Le travi secondarie costituiscono un vincolo elastico per quelle principali



I carichi possono avere un effetto stabilizzante anche se applicati all'estradosso





b)

Le vie di corsa devono spesso essere controventate con tralicciatura